Государственное бюджетное
общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная
школа № 448

Тема работы: Золотое сечение
Ф.И.О.: Букатка Кристина Витальевна
Класс: 10 «А»
Школа:448
Район: Фрунзенский
Учитель: Нечаева Татьяна Станиславовна

Санкт — Петербург 2013

Введение

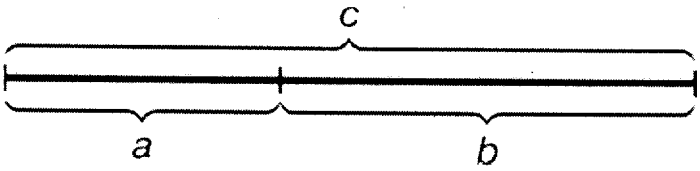
Иоганн Кеплер говорил, что геометрия владеет двумя сокровищами -теоремой Пифагора и золотым сечением.
И если первое из этих двух сокровищ можно сравнить с мерой золота, то второе с драгоценным камнем.
Теорему Пифагора знает каждый школьник, а что такое золотое сечение- далеко не все.

Я выбрала данную тему, потому что понятие золотое сечение взрывообразно шагает по планете, завораживая своей красотой и таинственностью, проявляясь в самых неожиданных областях.

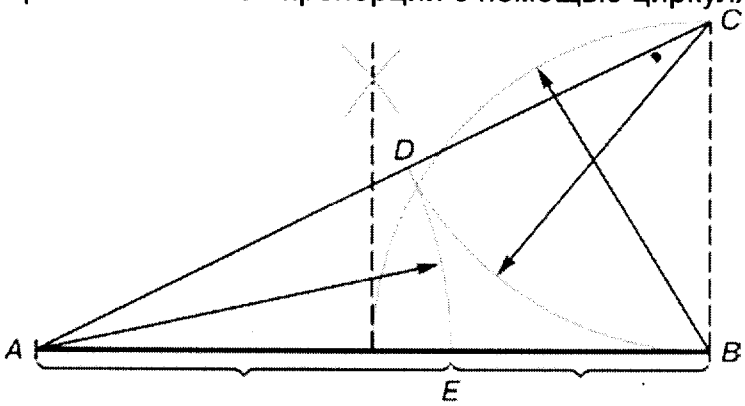
Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе.
Золотое сечение – идеальное соотношение величин, наилучшая и единственная пропорция, уравнивающая *отношения* частей какой-либо формы между собой и каждой части с целым, — основа гармонии.

Целями данной работы является:
1) Раскрыть понятие Золотое сечение
2) Ознакомиться с историей Золотого сечения
3) Рассмотреть математические свойства Золотого сечения
4) Узнать о применении Золотого сечения в живописи и архитектуре
4) Рассмотреть Золотое сечение в природе

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

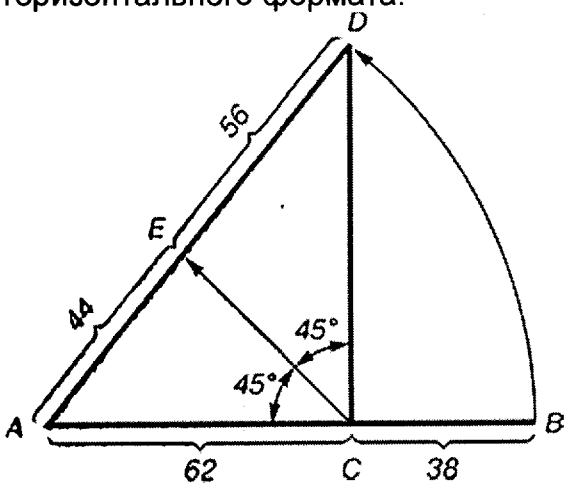


Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с помощью циркуля и линейки.



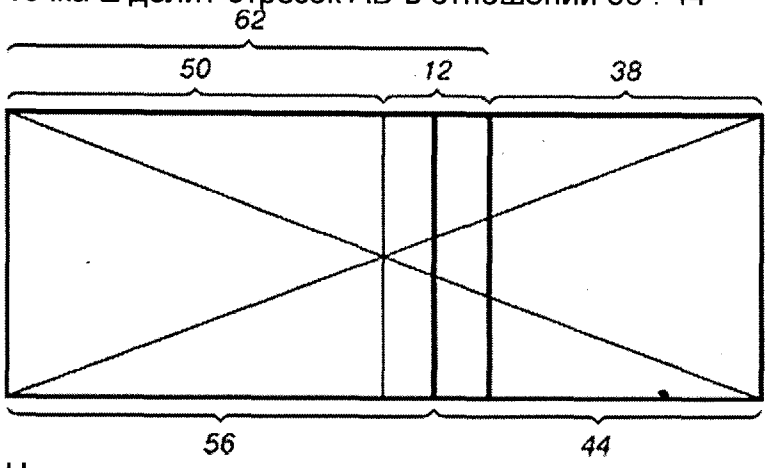
Из точки B восставляется перпендикуляр, равный половине AB. Полученная точка C соединяется линией с точкой A. На полученной линии откладывается отрезок BC, заканчивающийся точкой D. Отрезок AD переносится на прямую AB. Полученная при этом точка E делит отрезок AB в соотношении золотой пропорции.
Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью AE = 0,618..., если AB принять за единицу, BE = 0,382... Для практических целей часто используют приближенные значения 0,62 и 0,38. Если отрезок AB принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая – 38 частям.

Второе Золотое сечение вытекает из основного сечения и дает другое отношение 44 : 56. Такая пропорция обнаружена в архитектуре, а также имеет место при построении композиций изображений удлиненного горизонтального формата.



Деление осуществляется следующим образом. Отрезок AB делится в пропорции золотого сечения. Из точки C восставляется перпендикуляр CD. Радиусом AB находится точка D, которая соединяется линией с точкой A. Прямой угол ACD

делится пополам. Из точки С проводится линия до пересечения с линией AD. Точка Е делит отрезок AD в отношении 56 : 44



На рисунке показано положение линии второго золотого сечения. Она находится посередине между линией золотого сечения и средней линией прямоугольника.

История Золотого сечения.

В дошедшей до нас античной литературе золотое сечение впервые встречается во II книге «Начал» Евклида, где дается геометрическое построение золотого сечения, равносильное решению квадратного уравнения

$x(a + x) = a2$.

Евклид применяет золотое сечение при построении правильных 5- и 10-угольников (IV и XIV книги), а также в стереометрии при построении правильных 12- и 20-гранников. Несомненно, что золотое сечение было известно и до Евклида. Весьма вероятно, что задача золотого сечения была решена еще пифагорейцами, которым приписываются построение правильного 5-угольника и геометрические построения, равносильные решению квадратных уравнений. После Евклида исследованием золотого сечения занимался Гипсикл (2 в. до н.э.), Папп Александрийский (3 в. н.э.) и др.

В средневековой Европе с золотым сечением познакомились по арабским переводам «Начал» Евклида. Переводчик и комментатор Евклида Дж.Кампано из Новары (13 в.) добавил к XII книге «Начал» предложение, содержащее арифметическое доказательство несоизмеримости отрезка и обеих частей его золотого сечения.

В 15—16 в.в. усилился интерес к золотому сечению среди ученых и художников в связи с его применениями как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. Леонардо да Винчи и Фра Лука Пачоли посвятили золотому сечению трактат «О божественной пропорции» (1509). Одна из страниц рукописей Леонардо того времени посвящёна золотым пропорциям человека (рисунок Леонардо на этой странице широко известен как «Vitruvian Man»). Термин «золотое сечение» ввел Леонардо да Винчи (конец 15 века). О золотом сечении много писал в одном из своих ранних произведений И.Кеплер (1596). Золотое сечение или близкие ему пропорциональные отношения легли в основу композиционного построения многих произведений мирового искусства (главным образом в архитектуре античности и Возрождения). Например, античный Парфенон и средневековая Капелла Пацци во Флоренции, архитектор Ф.Брунеллески (15 в.)

Математические свойства Золотого сечения.

Если весь отрезок, разделенный в пропорции золотого сечения, принять за 1, а за X большую его часть, то получим пропорцию X:1 = X: (1-X)

Решив это уравнение, получим иррациональное число 0,618.

Это число φ (фи) названо в честь древнегреческого скульптора Фидия, рассчитавшего пропорцию храма Парфенон

— φ иррациональное алгебраическое число, положительное решение квадратного уравнения $x^2 - x - 1 = 0$, откуда, в частности, следуют соотношения:

$$\varphi^2 = \varphi + 1,$$

$$\varphi \cdot (\varphi - 1) = 1,$$

$$\varphi = \frac{1}{\varphi} + 1.$$

— φ представляется через тригонометрические функции:

$$\varphi = 2\cos\frac{\pi}{5} = 2\cos 36^\circ.$$

$$\varphi = 2\sin(3\pi/10) = -2\sin 666^\circ = 2\sin 54^\circ.$$

— φ представляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}}.$$

— φ является знаменателем геометрической прогрессии, каждый член которой, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих.

— В правильной пятиконечной звезде каждый отрезок делится пересекающим его отрезком в золотом сечении.

— Отношение диагонали правильного пятиугольника к стороне равно золотому сечению.

Пятиконечная звезда

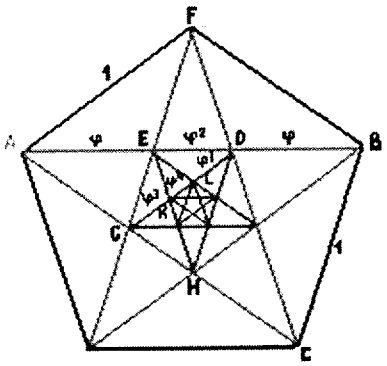
Пятиконечной звезде — около 3000 лет. Ее первые изображения донесли до нас вавилонские глиняные таблички. Из Древней Вавилонии в Средиземноморье, как полагают, звездчатый пятиугольник перевез Пифагор и сделал его символом жизни и здоровья а также тайным опознавательном знаком. В средние века пентаграмма "предохраняла" от "нечистой силы" , что, впрочем, не мешало называть ее "лапой ведьмы".

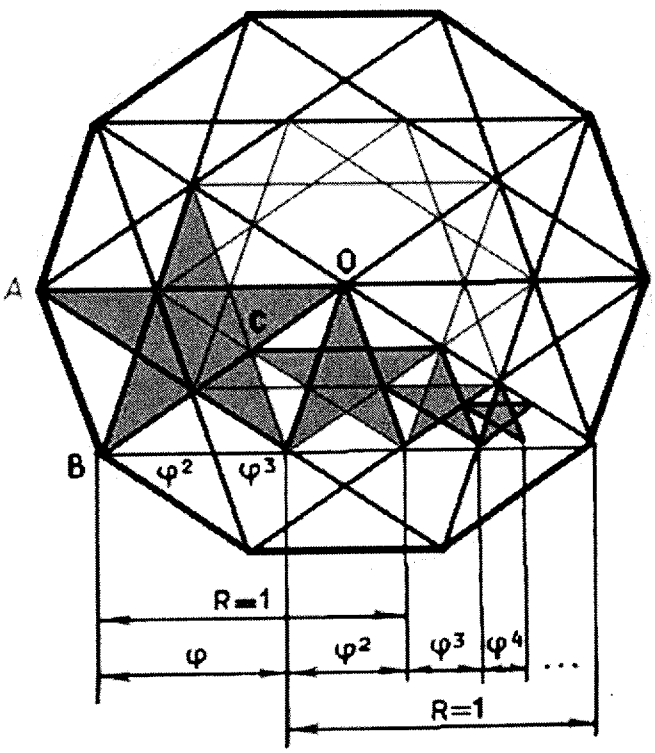
Сегодня пятиконечная звезда реет на флагах едва ли не половины стран мира. Чем же объясняется такая популярность звездчатого пятиугольника? Тем, что совершенная форма этой геометрической фигуры радует глаз и разум. Звездчатый пятиугольник буквально соткан из пропорций, и прежде всего золотой пропорции. Красота формы пентаграммы, вытекающая из внутренней красоты ее математического строения, была замечена еще Пифагором и с тех пор не устает радовать глаз художника и разум математика.

Такое необычайно пропорциональное строение пентаграммы, красота ее внутреннего математического строения, по-видимому, и являются основой красоты ее внешней формы. Можно только догадываться, в какой восторг приводило пифагорейцев столь редкое обилие математических свойств в одной геометрической фигуре. Поэтому неудивительно, что именно пентаграмма была выбрана пифагорейцами в качестве символа жизни и здоровья.

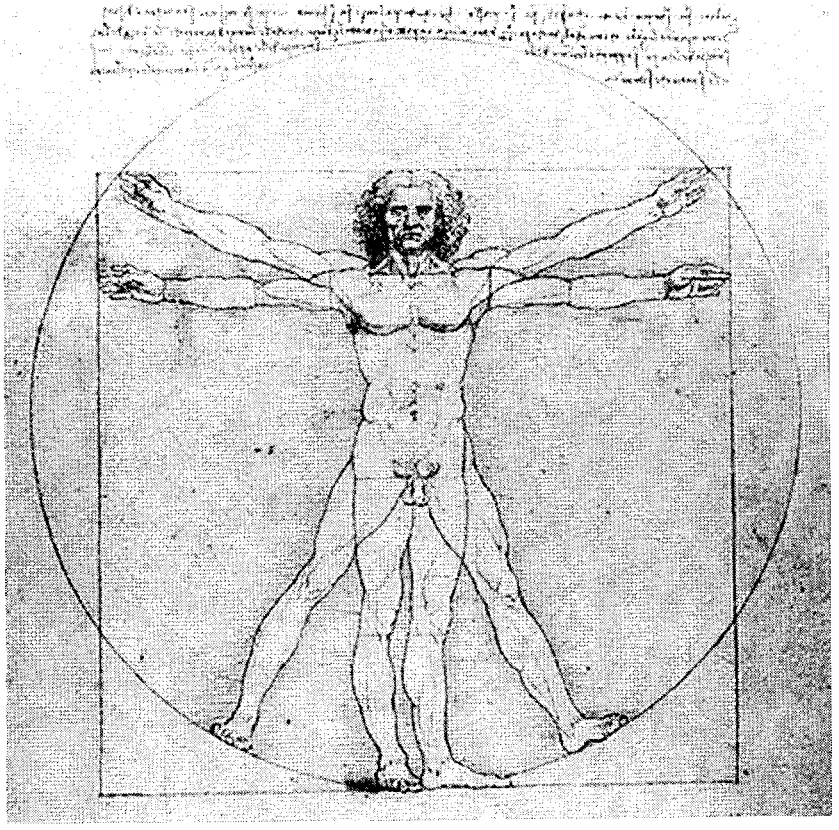
Разделим теперь окружность на 10 равных частей. Соединяя подряд точки деления окружности, получим правильный десятиугольник, а соединяя точки деления через две,— звездчатый десятиугольник. Внутри звездчатого десятиугольника вновь образуется правильный десятиугольник, в который можно вписать новый звездчатый десятиугольник, и т. д.

Если радиус исходной окружности R = 1 и учитывая свойства пятиконечной звезды, легко обнаружить весь ряд золотого сечения в последовательности вписанных друг в друга звездчатых десятиугольников. Заметим, что обнаруженное созвездие вложенных друг в друга пятиконечных звезд позволило сразу увидеть ряд золотого сечения при десятикратном делении окружности.





Золотые пропорции человека, «Vitruvian Man». Леонардо да Винчи (1451—1519) вместе с его учителем Фра Лука Пачоли (1445—1514), одним из ведущих ученых Ренессанса, были увлечены золотым сечением и вместе написали диссертацию «The Divine Proportion (Божественная пропорция)» , которая была опубликована в Милане в 1509 с иллюстрациями Леонардо. Среди изобилия исследований да Винчи в одном из его журналов Vitruvius's De Architectura есть знаменитый «Vitruvian Man» — изучение пропорций человека. Этот рисунок и сопровождающий текст иногда называют «Canon of Proportions (канон пропорций)» (1492, перо, чернила, акварель, бумага, 34.3 x 24.5 см., Gallerie dell'Academia в Венеции). Леонардо изображает обнаженную мужскую фигуру в двух наложенных положениях с разведенными руками, одновременно вписанную и в круг, и в квадрат. Центр круга, находящийся в пупке, делит тело на большую и меньшую верхнюю часть в золотой пропорции. При исследовании рисунка можно заметить, что комбинация рук и ног в действительности составляет четыре различных позы. Поза с разведенными в стороны руками и не разведенными ногами, вписывается в квадрат ("Квадрат Древних").
С другой стороны, поза с раскинутыми в стороны руками и ногами, вписывается в круг. И, хотя, при смене поз, кажется, что центр фигуры движется, на самом деле, пуп фигуры, который является настоящим её центром, остается неподвижным.

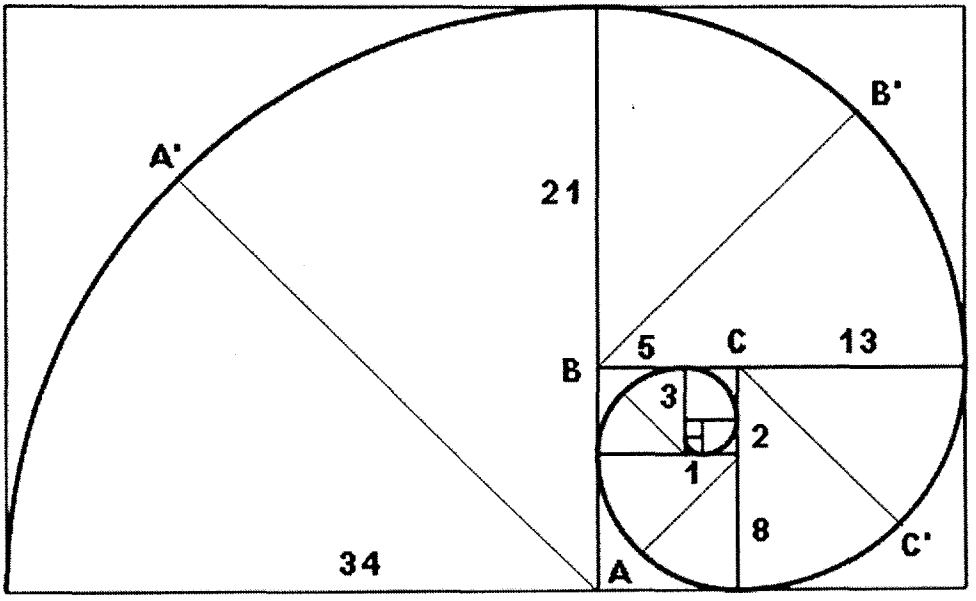


Ряд Фибоначчи и Золотое сечение

Существует математическая прогрессия, известная как ряд Фибоначчи, и она имеет особое отношение к числу фи и пирамидам в Гизе. Принципы этого ряда впервые изложил средневековый математик Леонардо Фибоначчи. Этот ряд использовали для описания роста растений. Вот эта последовательность: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 и так далее. Для того, чтобы получить каждое следующее число в этом ряду, надо сложить два предыдущих: 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13 и так далее.

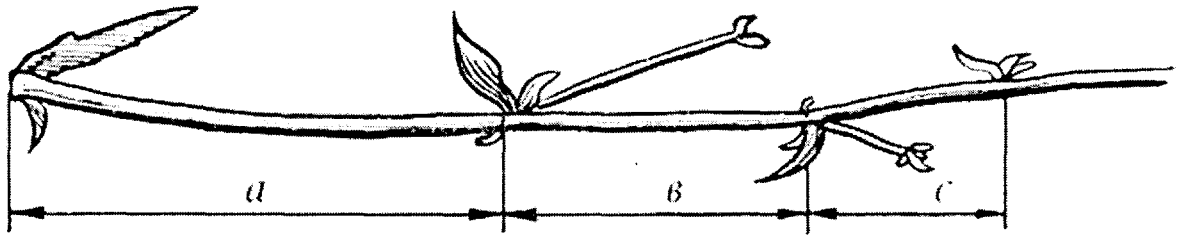
У этой последовательности очень интересное соотношение с числом фи: если разделить каждый член этого ряда на предыдущий, полученные результаты будут стремиться к трансцендентному числу 1,6180339+.

1/1=1, 2/1=2, 3/2=1.5, 5/3=1.66, 13/8=1.625, 21/13=1.615, 34/21=1.619, 55/34=1.617, 89/55=1.6181, Чем дальше вы будете продолжать считать, тем ближе будете подходить к числу фи. Конечно, вы никогда не дойдете до него, потому что у него нет арифметического решения, но вы будете бесконечно приближаться к нему. Эту последовательность можно изобразить графически, в виде так называемой спирали Фибоначчи.

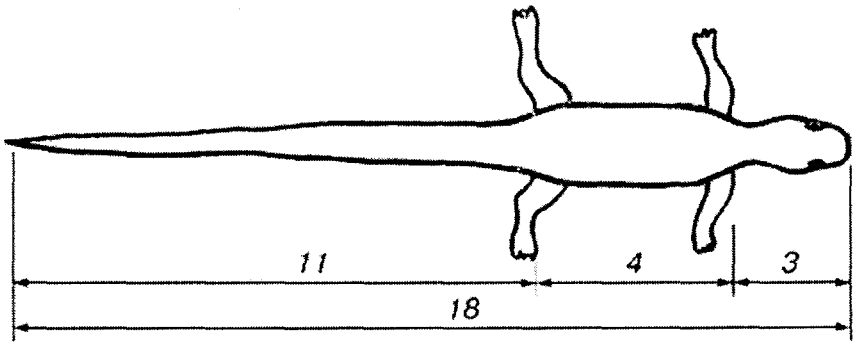


Эта спираль почти идентична логарифмической спирали фи, известной как спираль золотого сечения. Разница заключается в том, что спираль Фибоначчи – это интерпретация (при помощи целых чисел) арифметически невозможной спирали золотого сечения, у которой нет ни конца, ни начала. У спирали Фибоначчи есть определенное начало.

Золотое сечение в природе.
Все, что приобретало какую-то форму, образовывалось, росло, стремилось занять место в пространстве и сохранить себя. Это стремление находит осуществление в основном в двух вариантах - рост вверх или расстилание по поверхности земли и закручивание по спирали.
Среди придорожных трав растет ничем не примечательное растение - цикорий. Приглядимся к нему внимательно. От основного стебля образовался отросток. Тут же расположился первый листок. Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, но уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий - 38, четвертый - 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.



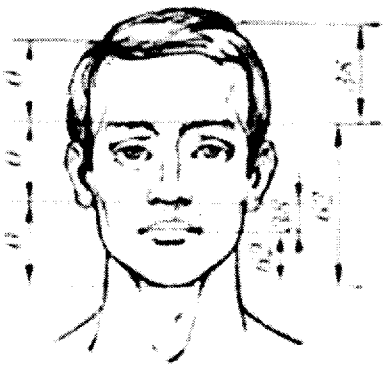
В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции - длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38.

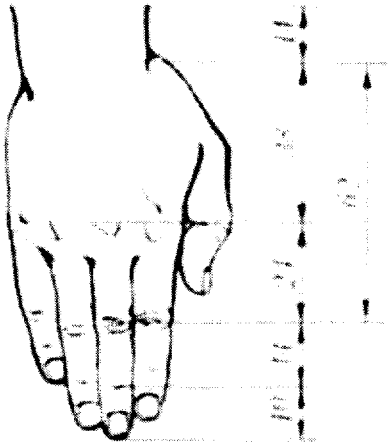


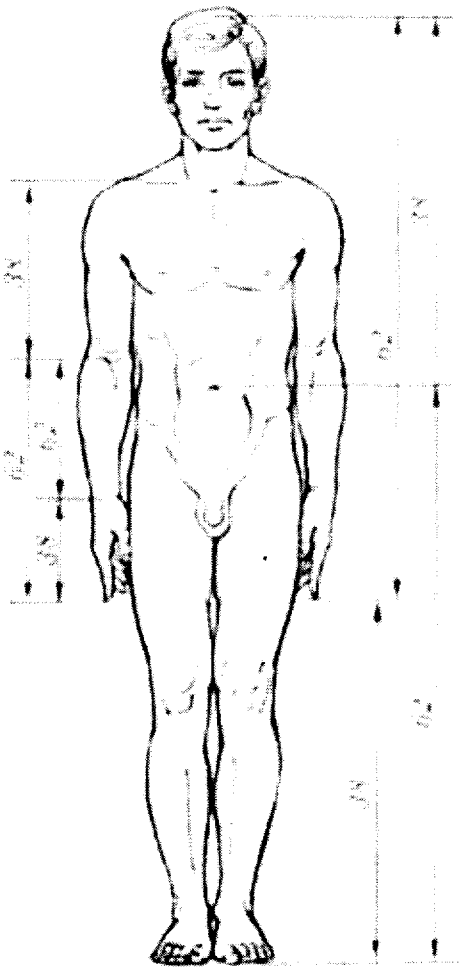
В живой природе широко распространены формы, основанные на "пентагональной" симметрии (морские звезды, морские ежи, цветы). Пятилепестковыми являются цветы кувшинки, шиповника, боярышника, гвоздики, груши, черемухи, яблони, земляники и многих других.
Очень совершенна форма стрекозы, которая создана по законам золотой пропорции: отношение длин хвоста и корпуса равно отношению общей длины к длине хвоста.

Золотые пропорции в теле человека
В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Цейзинг опубликовал свой труд "Эстетические исследования" . С Цейзингом произошло именно то, что и должно было неминуемо произойти с исследователем, который рассматривает явление как таковое, без связи с другими явлениями. Он абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства. У Цейзинга были многочисленные

последователи, но были и противники, которые объявили его учение о пропорциях "математической эстетикой".
Цейзинг проделал колоссальную работу. Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что золотое сечение выражает средний статистический закон. Деление тела точкой пупа - важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения 13 : 8 = 1,625 и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении 8 : 5 = 1,6. У новорожденного пропорция составляет отношение 1 : 1, к 13 годам она равна 1,6, а к 21 году равняется мужской. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела - длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.



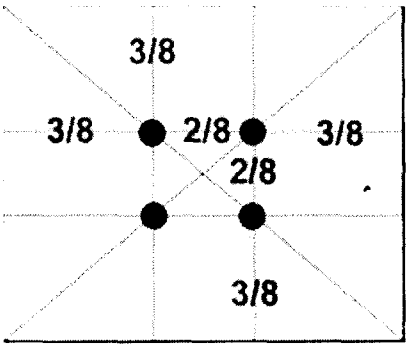




Золотое сечение в живописи.

Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии 3/8 и 5/8 от соответствующих краев плоскости.

На этой знаменитой картине И. И. Шишкина с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше.

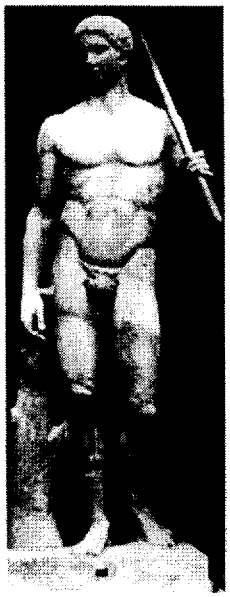


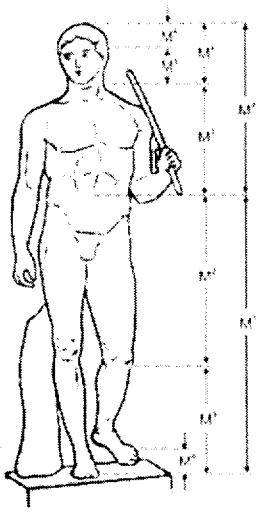
И.И. Шишкин. "Сосновая роща"

Тот же принцип мы видим в картине И.Е. Репина "А.С. Пушкин на акте в Лицее 8 января 1815 года".
Фигура Пушкина помещена художником в правой части картины по линии золотого сечения. Левая часть картины, в свою очередь, тоже разделена в пропорции золотого сечения: от головы Пушкина до головы Державина и от нее до левого края картины. Расстояние от головы Державина до правого края картины разделено на две равные части линией золотого сечения, проходящей вдоль фигуры Пушкина.

Золотое сечение в архитектуре

Одним из высших достижений классического греческого искусства может служить статуя Дорифора, изваянная Поликтетом в V веке до н.э. Эта статуя считается наилучшим примером для анализа пропорций идеального человеческого тела, установленных античными греческими скульпторами, и напрямую связана с Золотым сечение. М=0,618...





Поликлет. Дорифор

Венера Милосская

Список литературы:

1. Журнал «Квант», 1973, № 8.
2. Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. К.: Выща школа, 1989.
3. Цеков-Карандаш Ц. О втором золотом сечении. – София, 1983.
4. Стахов А. Коды золотой пропорции.
5. Информация из интернета